# PROPIEDADES DE LA REPRESENTACION DE FOURIER

| PROPIEDAD | Transformada de Fourier (FT) | Serie de Fourier (FS) | Transformada de Fourier (DTFT) | Serie de Fourier (DTFS) |
|---|---|---|---|---|
| | $x(t)\xleftrightarrow{FT}X(j\omega)$<br>$y(t)\xleftrightarrow{FT}Y(j\omega)$ | $x(t)\xleftrightarrow{FS;\omega_0}X[k]$<br>$y(t)\xleftrightarrow{FS;\omega_0}Y[k]$<br>$x(t)\ e\ y(T)\ periodo\ =\ T$ | $x[n]\xleftrightarrow{DTFT}X(e^{j\Omega})$<br>$y[n]\xleftrightarrow{FDTFT}Y(e^{j\Omega})$<br>$X(e^{j\Omega})\ e\ Y(e^{j\Omega})\ periodo\ =\ 2\pi$ | $x[n]\xleftrightarrow{DTFS;\Omega_0}X[k]$<br>$y[n]\xleftrightarrow{DTFS;\Omega_0}Y[k]$<br>$x[n],X[K]\ periodo\ N$ |
| **Linealidad** | $ax(t)+by\ (t)\xleftrightarrow{FT}aX(j\omega)+bY(j\omega)$ | $ax(t)+by\ (t)\xleftrightarrow{FS;\omega_0}aX[k]+bY[k]$ | $ax[n]+by[n]\xleftrightarrow{DTFT}aX(e^{j\Omega})+bY(e^{j\Omega})$ | $ax[n]+by[n]\xleftrightarrow{DTFS;\Omega_0}aX[k]+bY[k]$ |
| **Desplazamiento tiempo** | $x(t-t_0)\xleftrightarrow{FT}e^{-j\omega t_0}X(j\omega)$ | $x(t-t_0)\xleftrightarrow{FS;\omega_0}e^{-jk\omega_0 t_0}X[k]$ | $x[n-n_0]\xleftrightarrow{DTFT}e^{-j\Omega n_0}X(e^{j\Omega})$ | $x[n-n_0]\xleftrightarrow{DTFS;\Omega_0}e^{-jk\Omega_0 n_0}X[k]$ |
| **Desplazamiento frecuencia** | $e^{j\gamma t}x(t)\xleftrightarrow{FT}X\big(j(\omega-\gamma)\big)$ | $e^{jk_0\omega_0 t}x(t)\xleftrightarrow{FS;\omega_0}X[k-k_0]$ | $e^{j\Gamma n}x[n]\xleftrightarrow{DTFT}X\big(e^{j(\Omega-\Gamma)}\big)$ | $e^{jk_0\Omega_0 n}x[n]\xleftrightarrow{DTFS;\Omega_0}X[k-k_0]$ |
| **Escalado** | $x(at)\xleftrightarrow{FT}\frac{1}{\lvert a\rvert}X\left(\frac{j\omega}{a}\right)$ | $x(at)\xleftrightarrow{FS;\omega_0}X[k]$ | $x_z[n]=0,\quad n\neq lp$<br>$x_z[pn]\xleftrightarrow{DTFT}X_z\left(e^{j\Omega/p}\right)$ | $x_z[n]=0,\quad n\neq lp$<br>$x_z[pn]\xleftrightarrow{DTFS;\Omega_0}pX_z[k]$ |
| **Derivación en el tiempo** | $\frac{d}{dt}x(t)\xleftrightarrow{FT}j\omega X(j\omega)$ | $\frac{d}{dt}x(t)\xleftrightarrow{FS;\omega_0}jk\omega_0X[k]$ | ———— | ———— |
| **Derivación en frecuencia** | $-jtx(t)\xleftrightarrow{FT}\frac{d}{d\omega}X(j\omega)$ | ———— | $-jnx[n]\xleftrightarrow{DTFT}\frac{d}{d\Omega}X(e^{j\Omega})$ | ———— |
| **Integración/Sumatorio** | $\int_{-\infty}^{t}x(\tau)d\tau\xleftrightarrow{FT}\frac{X(j\omega)}{j\omega}+\pi X(j0)\delta(\omega)$ | ———— | $\sum_{k=-\infty}^{\infty}x[k]\xleftrightarrow{DTFT}\frac{X(e^{j\Omega})}{1-e^{-j\Omega}}+\pi X(e^{j0})\sum_{k=-\infty}^{\infty}\delta(\Omega-k2\pi)$ | ———— |
| **Convolución** | $\int_{-\infty}^{\infty}x(\tau)y(t-\tau)d\tau\xleftrightarrow{FT}X(j\omega)Y(j\omega)$ | $\int_{\langle T\rangle}x(\tau)y(t-\tau)d\tau\xleftrightarrow{FS;\omega_0}TX[k]Y[k]$ | $\sum_{k=-\infty}^{\infty}x[k]y[n-k]\xleftrightarrow{DTFT}X(e^{j\Omega})Y(e^{j\Omega})$ | $\sum_{k=\langle N\rangle}x[k]y[n-k]\xleftrightarrow{DTFS;\Omega_0}NX[k]Y[k]$ |
| **Multiplicación** | $x(t)y(t)\xleftrightarrow{FT}\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}X(j\nu)Y\big(j(\omega-\nu)\big)\,d\nu$ | $x(t)y(t)\xleftrightarrow{FS;\omega_0}\sum_{l=-\infty}^{\infty}X[l]\,Y[k-l]$ | $x[n]y[n]\xleftrightarrow{DTFT}\frac{1}{2\pi}\int_{\langle 2\pi\rangle}X(e^{j\Gamma})Y\big(e^{j(\Omega-\Gamma)}\big)\,d\Gamma$ | $x[n]y[n]\xleftrightarrow{DTFS;\Omega_0}\sum_{l=\langle N\rangle}X[l]\,Y[k-l]$ |
| **Teorema de Parseval** | $\int_{-\infty}^{\infty}\lvert x(t)\rvert^2dt=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\lvert X(j\omega)\rvert^2d\omega$ | $\frac{1}{T}\int_{\langle T\rangle}\lvert x(t)\rvert^2dt=\sum_{k=-\infty}^{\infty}\lvert X[k]\rvert^2$ | $\sum_{n=-\infty}^{\infty}\lvert x[n]\rvert^2=\frac{1}{2\pi}\int_{\langle 2\pi\rangle}\left\lvert X(e^{j\Omega})\right\rvert^2d\Omega$ | $\frac{1}{N}\sum_{n=\langle N\rangle}\lvert x[n]\rvert^2=\sum_{k=\langle N\rangle}\lvert X[k]\rvert^2$ |
| **Dualidad** | $X(jt)\xleftrightarrow{FT}2\pi x(-\omega)$ | $x[n]\xleftrightarrow{DTFT}X(e^{j\Omega})$<br>$X(e^{jt})\xleftrightarrow{FS;1}x[-k]$ | $x[n]\xleftrightarrow{DTFT}X(e^{j\Omega})$<br>$X(e^{jt})\xleftrightarrow{FS;1}x[-k]$ | $X[n]\xleftrightarrow{DTFS;\Omega_0}\frac{1}{N}x[-k]$ |
| **Simetría** | $x(t)\ real\xleftrightarrow{FT}X^*(j\omega)=X(-j\omega)$<br>$x(t)\ imaginaria\xleftrightarrow{FT}X^*(j\omega)=-X(-j\omega)$<br>$x(t)\ real\ y\ par\xleftrightarrow{FT}Im\{X(j\omega)\}=0$<br>$x(t)\ real\ e\ impar\xleftrightarrow{FT}Re\{X(j\omega)\}=0$ | $x(t)\ real\xleftrightarrow{FS;\omega_0}X^*[k]=X[-k]$<br>$x(t)\ imaginaria\xleftrightarrow{FS;\omega_0}X^*[k]=-X[-k]$<br>$x(t)\ real\ y\ par\xleftrightarrow{FS;\omega_0}Im\{X[k]\}=0$<br>$x(t)\ real\ e\ impar\xleftrightarrow{FS;\omega_0}Re\{X[k]\}=0$ | $x[n]\ real\xleftrightarrow{DTFT}X^*(e^{j\Omega})=X(e^{-j\Omega})$<br>$x[n]\ imaginaria\xleftrightarrow{DTFT}X^*(e^{j\Omega})=-X(e^{-j\Omega})$<br>$x[n]\ real\ y\ par\xleftrightarrow{DTFT}Im\{X(e^{j\Omega})\}=0$<br>$x[n]\ real\ e\ impar\xleftrightarrow{DTFT}Re\{X(e^{j\Omega})\}=0$ | $x[n]\ real\xleftrightarrow{DTFS;\Omega_0}X^*[k]=X[-k]$<br>$x[n]\ imaginaria\xleftrightarrow{DTFS;\Omega_0}X^*[k]=-X[-k]$<br>$x[n]\ real\ y\ par\xleftrightarrow{DTFS;\omega_0}Im\{X[k]\}=0$<br>$x[n]\ real\ e\ impar\xleftrightarrow{DTFS;\omega_0}Re\{X[k]\}=0$ |